

Relazione tra circonferenza, arco e angolo al centro

Consideriamo una circonferenza **C** e un suo angolo al centro α (alfa) ampio 90° , al quale corrisponde un arco f^* . Se il raggio della circonferenza è lungo tre metri, quanto misura l'arco?

La situazione è rappresentata nella figura a lato dove all'angolo giro è stato assegnato il simbolo β (beta). Quindi $\beta = 360^\circ$

Osserviamo che 90 è esattamente un quarto di 360 e quindi:

l'angolo α è un quarto dell'angolo giro

$$\alpha = \frac{90}{360} = \frac{1}{4}\beta \quad (1)$$

Si può esprimere la stessa osservazione in altro modo, e cioè dicendo che:

il rapporto tra l'angolo α e l'angolo giro è un quarto

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{90}{360} = \frac{1}{4} \quad (2)$$

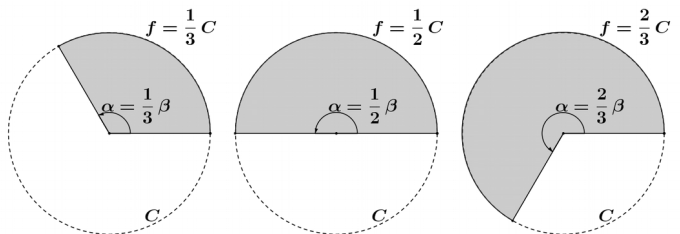
Le due scritte (1) e (2) hanno lo stesso significato.

Dalla figura è evidente che se l'angolo è un quarto di giro anche il tratto di circonferenza corrispondente (l'arco f) è un quarto della circonferenza **C**:

$$f = \frac{1}{4}C \quad (3) \quad \text{oppure anche} \quad \frac{f}{C} = \frac{1}{4} \quad (4)$$

Regola generale: se l'angolo al centro è una certa parte dell'angolo giro, allora anche l'arco è quella stessa parte della circonferenza.

$$\frac{f}{C} = \frac{\alpha}{360} \quad (5) \quad \text{oppure} \quad \frac{C}{f} = \frac{360}{\alpha} \quad (6)$$



Dalle uguaglianze di rapporti (5) e (6) ricaviamo le seguenti tre relazioni:

$$f = \frac{\alpha}{360} \cdot C \quad (7)$$

che si scrive anche \rightarrow

$$f = \frac{\alpha \cdot C}{360} \quad (8)$$

$$\alpha = \frac{f}{C} \cdot 360 \quad (9)$$

che si scrive anche \rightarrow

$$\alpha = \frac{f \cdot 360}{C} \quad (10)$$

$$C = \frac{360}{\alpha} \cdot f \quad (11)$$

che si scrive anche \rightarrow

$$C = \frac{360 \cdot f}{\alpha} \quad (12)$$



Questa scrittura mette in evidenza il rapporto tra la parte e l'intero (o tra l'intero e la parte nel caso $360/\alpha$)

*Questa scrittura mette in maggiore evidenza la possibilità di semplificare entrambi i fattori del numeratore per il denominatore prima di moltiplicare ***

* Per indicare l'arco si usa di solito la lettera minuscola ℓ ("elle") che nel carattere stampato è resa così: **l**. È una scrittura molto simile, e in certi tipi uguale, al numero **1** ("uno") o alla maiuscola **I**, perciò qui si preferisce usare la lettera **f**.

** Esempio: se $\alpha = 23^\circ$ e $C = 36 \text{ cm}$: $f = \frac{\alpha \cdot C}{360} = \frac{23 \cdot 36}{360} = \frac{23 \cdot \cancel{36}^1}{\cancel{360}_{10}} = \frac{23 \cdot 1}{10} = 2,3 \text{ cm}$